Internationales Studienkolleg für Fachhochschulen in Kaiserslautern

Semester: Wintersemester 2011/2012

Abschlussprüfung: Mathe für W2

Datum: 20.12.2011

Dauer: 90 Minuten

Prüfer: Dr. Jens Siebel

Aufgabe 1

a) Bestimmen Sie die Determinante der Matrix

$A=\begin{pmatrix} -8 & 13 & 21 & 7 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \\ 2 & -3 & 5 & -11 \\ 17 & 19 & -23 & 13 \end{pmatrix}$ *(8 Punkte).*

b) Lösen Sie das lineare Gleichungssystem $\left(\begin{array}{cc|c} 2 & -11 & -140 \\ -8 & 3 & -96 \end{array}\right)$ *(4 Punkte).*

Aufgabe 2

a) Gegeben ist die Funktion $f(x)=e^{x^3-2\cdot x}$ $\mathbb{D}_f=\mathbb{R}$.

a1) Bilden Sie die dritte Ableitung der Funktion *(6 Punkte).*

a2) Bestimmen Sie die Tangentengleichung an der Stelle $x=1$ *(3 Punkte)*.

a3) Hat die Funktion an $x=\sqrt{\frac{2}{3}}$ ein Minimum oder ein Maximum? Begründen Sie Ihre Antwort *(3 Punkte).*

b) Kreuzen Sie jeweils die richtige Antwort an *(je 1 Punkt)*:

b1) Wenn eine Funktion $f(x)$ an der Stelle x_0 stetig ist, dann

☐ muss sie an x_0 auch differenzierbar sein

☐ muss sie an x_0 nicht differenzierbar sein.

b2) Wenn eine Funktion $f(x)$ an der Stelle x_0 differenzierbar ist, dann

☐ muss sie an x_0 auch stetig sein

☐ muss sie an x_0 nicht stetig sein.

Aufgabe 3

Bei einer statistischen Untersuchung von Körpergröße in cm (X) und Gewicht in kg von acht Schülern erhält man folgende Wertepaare:

	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**
X	158	158	160	164	166	168	170	175
Y	46	48	46	56	57	56	57	62

a) Bestimmen Sie den Median des Gewichts *(1 Punkt).*

b) Welche Korrelation besteht zwischen Körpergröße und Gewicht (Hinweis: Varianz des Gewichts: 31,5)? Rechnen Sie jeweils auf vier Nachkommastellen genau. Interpretieren Sie das Ergebnis *(11 Punkte)*.

Aufgabe 4

Lösen Sie folgendes lineares Optimierungsproblem. Geben Sie auch den Wert von z im Maximum an.

$z(x,y)=x+2\cdot y-5\rightarrow \max!$

Nebenbedingungen:
1) $x\geq 0,\ y\geq 0$
2) $12-2\cdot x\geq y$
3) $y\geq 5-\frac{1}{2}\cdot x$
4) $y\leq x$
5) $y\geq 3$

(12 Punkte)

Aufgabe 5

Eine Firma produziert ein Gut unter vollständiger Konkurrenz. Die Kostenfunktion lautet $K(x)=1.000+\frac{1}{20}\cdot x^2+\frac{1}{10}\cdot x$ $\mathbb{D}_K=\{x\in\mathbb{R}\,|\,x\geq 0\}$, wobei x die Produktions- und Angebotsmenge ist. Der Absatzpreis sei durch p_x gegeben.

a) Stellen Sie die Gewinnfunktion $G(x)$ auf *(1 Punkt).*

b) Ermitteln Sie die gewinnmaximale Produktionsmenge (in Abhängigkeit von p_x) *(6 Punkte).*

c) Zeichnen Sie die Angebotsfunktion, wenn p_x zwischen 15€ und 25€ liegt. Dort gilt $G(x)>0$ *(3 Punkte).*